

Ollscoil na hÉireann, Gaillimh  
National University of Ireland, Galway

**GX 2144**

**Scrúdú na Nollag , 2003/2004**

Exam Code(s) 2BS1

Exam(s) **Tarna Eolaíocht**

Module Code(s) MP205

Module(s) Modhanna na Fisice Matamaiticiúla

Paper No.

Repeat Paper

Special Paper

External Examiner(s) Professor B. Straughan;

Internal Examiner(s) Dr. M. S. Ó Confhaola;  
Dr. B. Gleeson.

**Instructions:** Dean iarracht ar ***THRÍ*** cheist.

Duration *Dhá* uair a chloig

No. of Answer books \_\_\_\_\_

**Requirements:** \_\_\_\_\_

Handout \_\_\_\_\_

MCQ \_\_\_\_\_

Statistical Tables Sea, TÁBLAÍ LOGARTAIM

Graph Paper \_\_\_\_\_

Log Graph Paper \_\_\_\_\_

Other Material \_\_\_\_\_

No. of Pages 3 LEATHANACH

Department(s) FISIC MHATAMAITICIÚIL

1.

- a. Cruthuigh *Tréith na Líneachta* i gcóir trasfhoirmeacha Laplace

$$L[\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha \overline{f(s)} + \beta \overline{g(s)},$$

áit gur tairismhigh trealacha iad  $\alpha, \beta$ .

- b. Cruthuigh an *Chéad Teoirim Aistriúcháin* i gcóir trasfhoirmeacha Laplace

$$L[e^{at}f(t)] = \overline{f(s-a)},$$

áit gur tairismheach trealach  $a$ .

- c. Bain úsáid as trasfhoirmeacha Laplace chun an fhadhb thúsluacha a réiteach

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 2y(t) = 6,$$

faoi na coinníollacha

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$

2.

- a. Bain úsáid as an Teoirim Conbhlóideach agus as páirtchodáin chun

$$L^{-1}\left[\frac{3}{(s-1)(s+2)}\right].$$

a ríomhadh. Fíoraigh do fhreaghra tré trasfhoirm Laplace na feidhme a gheibhtear a aimsiú.

- b. Réitigh an fhadhb fhóirluacha :

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y(t) = 0,$$

faoi na fóirchoinníollacha  $y(0) = 0, y(1) = e^2 - e$ .

3. Sainítear an fheidhm  $f(x)$  ar an stráice  $-\pi \leq x < \pi$ , mar

$$f(x) = x,$$

agus i ngach áit eile tré  $f(x + 2\pi) = f(x)$ .

- a. Fáigh sraith Fourier na feidhme  $f(x)$ .

- b. Tarraing léaráid den fheidhm  $f(x)$  san stráice  $-3\pi \leq x < 3\pi$ .

- c. Scríobh síos na luachanna a bhfuil an tsraith coimbhéirseach dó ag  $x = \pi/2$ . Dá bharr sin, cruthaigh go bhfuil:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

4.

- a. Teaspáin go sásaíonn an dá fheidhm seo leanas

$$u(x,y) = y^2 - x^2 \quad \text{agus} \quad v(x,y) = -2xy$$

na cothromóidí páirtdifreálach

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{agus} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Dá bharr sin, nó ar bhealach ar bith eile, teaspáin go sásaíonn an dá fheidhm na cothromóidí seo leanas chomh maith.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{agus} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0.$$

- b. Más é an gaol idir comhordanáidí cairtéiseach  $x, y$  agus comhordanáidí polacha  $r, \theta$  ná  $x = r \cos(\theta)$  agus  $y = r \sin(\theta)$ , cruthaigh go bhfuil

$$\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 = \left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)^2.$$

5.

- a. Aimsigh gach pointe cónaitheach na feidhme

$$f(x,y) = x^3 + y^3 + 3x^2 + 6y^2 - 9x + 9y + 1,$$

agus déan fiosrú ar nádúr gach ceann aca.

- b. Bain úsáid as Modh an Iolraitheora Lagrange chun na pointí ar an gcuar

$$x^2 + 8xy + 7y^2 = 180$$

is gaire nó is faide ón mbunphointe  $(0,0)$  a aimsiú.

Tábla Trasfhoirmeacha Laplace

I ngach cás, is tairiseach  $a$  agus is slánuimhir dheimhneach  $n$  :

$f(t) = L^{-1}[\overline{f(s)}]$	$\overline{f(s)} = L[f(t)]$
1	$\frac{1}{s}$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
$t^n$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$H(t-a)$	$\frac{\exp[-as]}{s}$
$\delta(t-a)$	$\exp[-as]$

Sainítear an fheidhm Heaviside,  $H(t-a)$ , mar seo

$$H(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leq t < a, \\ 1 & \text{for } t \geq a. \end{cases}$$

(San gcomhthéacs seo, glactar leis gur tairiseach deimhneach é  $a$  ).