Ollscoil na hÉireann, Gaillimh

National University of Ireland, Galway

GX 2145

Scrúdú na Nollag, 2003/2004

Exam Code(s)	2BS1.
Exam(s)	**Tarna Eolaíocht**
Module Code(s)	MP207
Module(s)	Modhanna na Fisice Matamaiticiúla(Onóracha)
Paper No.	
Repeat Paper	
Special Paper	
External Examiner(s)	Professor B. Straughan;
Internal Examiner(s)	Dr. M. S. Ó Confhaola;
	Dr. B. Gleeson;
Instructions:	Dean iarracht ar ***THRÍ*** cheist.
Duration	*DHÁ* uair a chloig
No. of Answer books	________
Requirements:	________
Handout	________
MCQ	________
Statistical Tables	Sea, TABLAÍ LOGARTAIM
Graph Paper	________
Log Graph Paper	________
Other Material	________
No. of Pages	3 LEATHANACH
Department(s)	FISIC MHATAMAITICIÚIL

1.

a. Cruthaigh an *'Teoirin Difrealach'* i gcóir trasfhoirmeacha Laplace

$$\mathrm{L}[tf(t)] = -\frac{d}{ds}(\mathrm{L}[f(t)]).$$

b. Cruthaigh an *Dara Teoirim Aistriúcháin* i gcóir trasfhoirmeacha Laplace

$$\mathrm{L}[\mathrm{H}(t-a)f(t-a)] = e^{-as}\,\mathrm{L}[f(t)],$$

áit gur tairismheach trealach deimhneach ar bit é α .

c. Bain úsáid as trasfhoirmeacha Laplace chun na cothromóidí difreálacha comhuaineacha a réiteach

$$\frac{dx}{dt} + 4y(t) = \cos(3t),$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 4x(t) = \sin(3t),$$

faoi chuing na gcoinníollacha tosaigh $x(0) = 1, y(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$.

2.

a. Bain úsáid as páirtchodáin agus ansin an Teoirim Conbhlóideach chun :

$$\mathrm{L}^{-1}\left[\frac{2}{s^2(s^2+4)}\right].$$

a ríomhadh. Fíoraigh do fhreagra tré trasfhoirm Laplace na feidhme a gheibhtear a aimsiú.

b. Réitigh an fhadbh thuasluacha seo leannas:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 2a\frac{dy}{dt} + (a^2+b^2)y(t) = 0,$$

faoi chuing na gcoinníollacha tosaigh $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1$, áit a gcuirtear i gcás go bhfuil $a, b > 0$.

3. Sainítear an fheidhm $f(x)$ ar an stráice $-2 \leqslant x < 2$, mar

$$f(x) = x^2 + 1,$$

agus i ngach áit eile tré phéaróideachais, $f(x + 2\pi) = f(x)$.

a. Fáigh sraith Fourier na feidhme $f(x)$.

b. Tarraing léaráid den fheidhm $f(x)$ san stráice $-6 \leqslant x < 6$.

c. Scríobh síos na luachanna a bhfuil an tsrath coinbhéirseach dó to ag $x = 0$. Dá bharr sin, cruthaigh go bhfuil:

$$\frac{\pi^2}{12} = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \cdots$$

4.

a. Teaspáin go sásaíonn an dá fheidhm $u(x,y) = x(x^2+y^2)^{-1}$, $v(x,y) = -y(x^2+y^2)^{-1}$, na cothromóidí páirtdifreálach

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{agus} \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x},$$

Dá bharr sin, nó ar bhealach ar bith eile, teaspáin go bhfuil

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{agus} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0.$$

b. Más é an gaol idir comhordanáidí cairtéiseach x, y agus comhordanáidí polacha r, θ ná $x = r\cos(\theta)$ agus $y = r\sin(\theta)$, cruthaigh go bhfuil

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}.$$

5.

a. Teaspáin go bhfuil cheithre phointe cónaitheach ag an bhfeidhm

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2y^2}$$

agus déan fiosrú ar nádúr gach ceann aca.

b. Bain úsáid as Modh an Iolraitheora chun an fad is lú idir an bunphointe $(0,0)$ agus an plána

$$x + 2y + 2z = 3.$$

a aimsiú.

Tábla Trasfhoirmeacha Laplace

I ngach cás, is tairiseach a, agus is slánuimhir deimhneach n :

$f(t) = \mathrm{L}^{-1}[\overline{f(s)}]$	$\overline{f(s)} = \mathrm{L}[f(t)]$
1	$\frac{1}{s}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\mathrm{H}(t-a)$	$\frac{\exp[-as]}{s}$
$\delta(t-a)$	$\exp[-as]$

Sainítear an fheidhm Heaviside , $\mathrm{H}(t-a)$, mar seo

$$\boxed{\mathrm{H}(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 \leqslant t < a, \\ 1 & \text{for } t \geqslant a. \end{cases}}$$

(San gcomhthéacs seo, glactar leis gur tairiseach deimhneach é a.).